Estratégia Militares

Gabarito ITA 2021
Física
2a Fase

João Maldonado

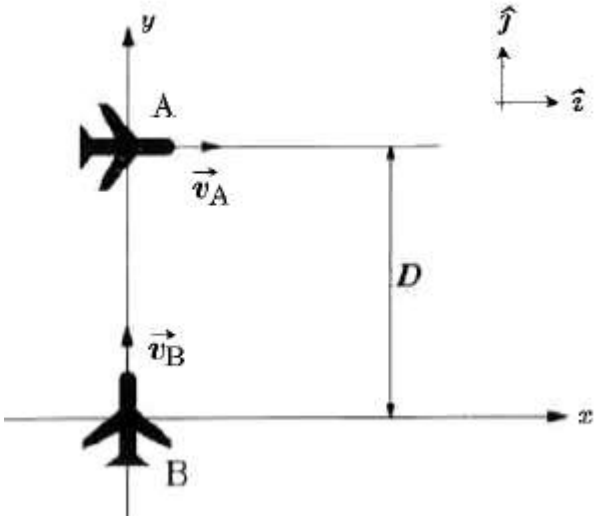
Questões Comentadas

Questão 1.

Dois aviões de combate, A e B, viajam a uma mesma altitude com velocidades constante $\vec{v}_A = (100\ m/s)\hat{\imath}$ e $\vec{v}_B = (200\ m/s)\hat{\jmath}$, respectivamente. A figura ilustra as posições dos aviões no instante $t = 0\ s$, que estão separadas por uma distância $D = 100\ m$. Devido ao funcionamento de sua turbina, o avião A emite um som de frequência característica de 1000 Hz. A velocidade do som na região onde se encontram os aviões é de 300 m/s. Com base nessas informações, calcule:

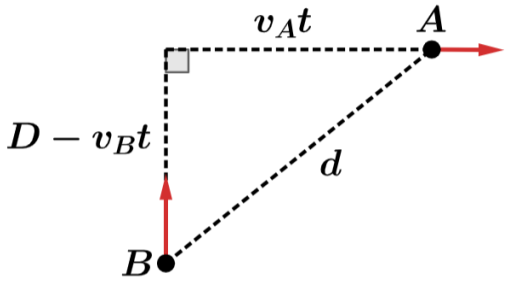
(a) a distância mínima entre os dois aviões ao longo do movimento;

(b) a frequência percebida no instante $t = 0\ s$, pelo piloto do avião B, devido ao som da turbina do avião A.



Comentários:

a) Após um instante de tempo t, o avião A terá deslocado $v_A t$ na direção x e o avião B terá deslocado $v_B t$ na direção y. Dessa forma a distância entre os aviões é dada utilizando o teorema de Pitágoras:



$$d^2 = (v_A t)^2 + (D - v_B t)^2$$

$$d = \sqrt{(100t)^2 + (100 - 200t)^2}$$

$$d = 100\sqrt{t^2 + (1 - 2t)^2}$$

$$d = 100\sqrt{t^2 + 1 - 4t + 4t^2}$$

$$d = 100\sqrt{5t^2 - 4t + 1}$$

O valor de d será mínimo quando o termo dentro da raiz quadrada for mínimo, já que a raiz quadrada é uma função crescente. Portanto, o termo que leva ao valor de mínimo na função $f(t) = 5t^2 - 4t + 1$ é igual a:

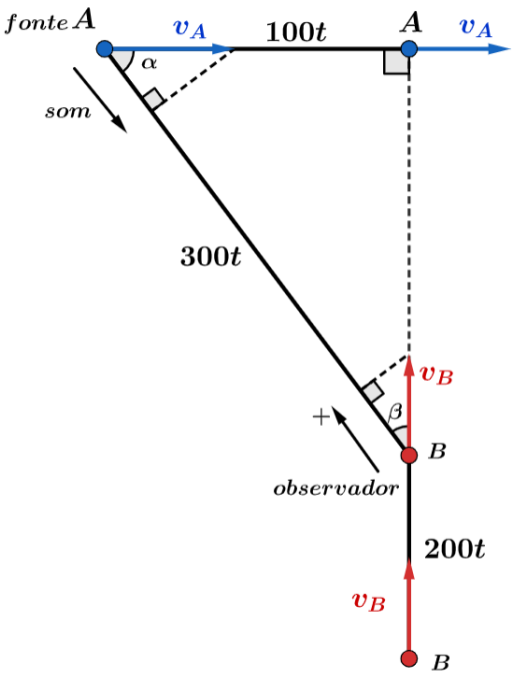
$$t' = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-4)}{2 \cdot 5} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}\ s$$

Por, d_{min} é dado por:

$$d_{min} = 100\sqrt{5 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 - 4 \cdot \frac{2}{5} + 1}$$

$$\boxed{d_{min} = 20\sqrt{5}m}$$

b) Em $t = 0$ a distância entre os aviões A e B é de 100 m e a velocidade do som no ar é de 300 m/s, então no instante $t = 0$, o som que chega em B não é som que partiu de A quando ele estava no eixo y. Devemos pensar na trajetória do som partindo de A e chegando até B no momento em que B está na origem do sistema cartesiano.



Portanto, o cosseno de α é dado por:

$$cos(\alpha) = \frac{100t}{300t} = \frac{1}{3}$$

Como α e β são complementares, então $cos(\beta) = sen(\alpha)$ e o $sen(\alpha)$ nós encontramos a partir da relação fundamental da trigonometria, sabendo que β é um angulo agudo (seno positivo).

$$sen^2(\alpha) + cos^2(\alpha) = 1$$

$$sen^2(\alpha) + \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 1$$

$$sen(\alpha) = \frac{2\sqrt{2}}{3} = cos(\beta)$$

Dessa forma, as velocidades que importam para o efeito Doppler são aquelas na direção observador-fonte. Por isso, a velocidade da fonte na direção do observador $v'_A = v_A cos(\alpha)$ e a velocidade do observador na direção da fonte é $v'_B = v_B cos(\beta)$. Portanto, a equação do efeito Doppler, orientando do observador para a fonte, fica:

$$\frac{f_{ap}}{v_s + v_{obs}} = \frac{f_0}{v_s - v_{fonte}}$$

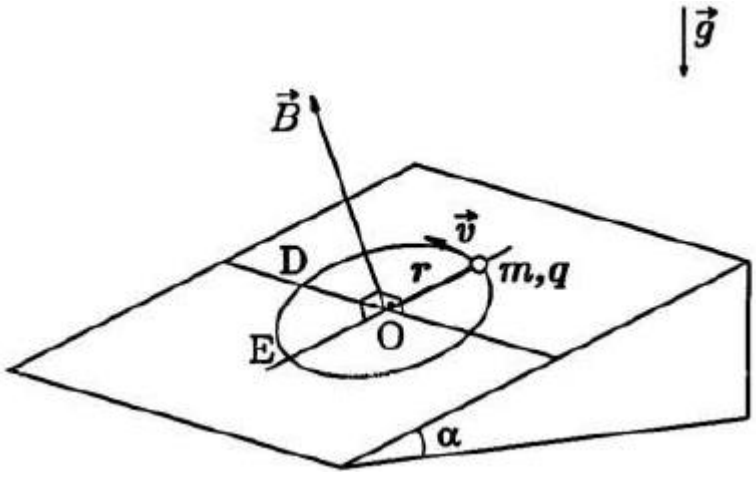
$$\frac{f_{ap}}{300 + 200 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3}} = \frac{1000}{300 - 100 \cdot \frac{1}{3}}$$

$$f_{Ap} \cong 1832\ Hz$$

Gabarito: a) $20\sqrt{5}m$ e b) 1832 Hz

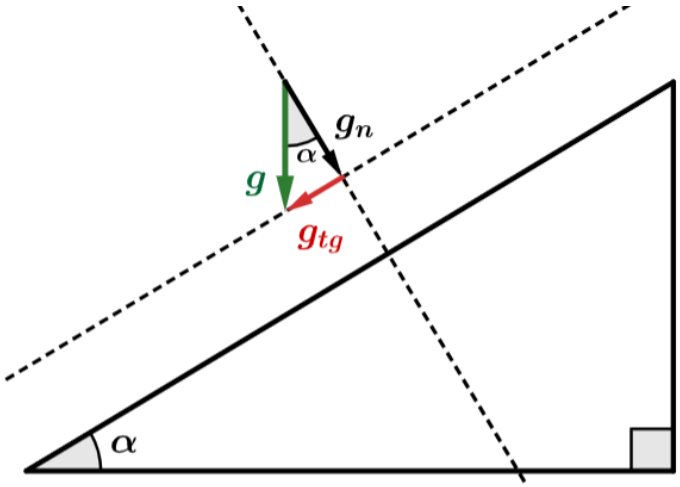
Questão 2.

Uma pequena esfera de massa m e carga $+q$ está conectada por um fio inextensível preso num ponto O e se move num círculo de raio r sobre um plano liso de inclinação α com a horizontal. Na região existe um campo magnético $\vec{B}$ uniforme e constante, perpendicular ao plano inclinado como ilustra a figura. Se a esfera possui uma velocidade $\vec{v}$ no ponto mais alto da trajetória, determine a tração no fio quando a esfera passa pelas posições D e E indicadas na figura. Considere o sentido de $\vec{v}$ indicado na figura.



Comentários:

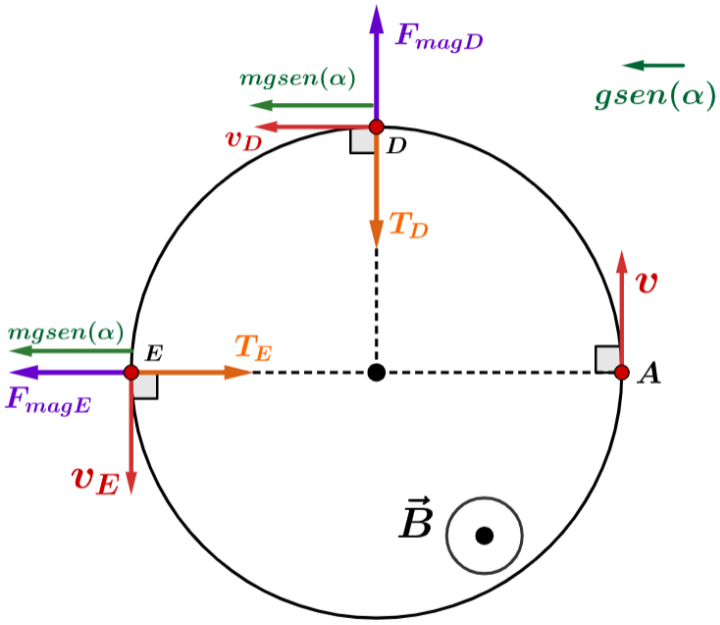
Inicialmente devemos decompor a velocidade na direção normal (g_n) e tangente (g_{tg}) ao plano inclinado para facilitar a análise de forças.



Em que:

$$g_{tg} = g \cdot sen(\alpha) \text{ e } g_n = g \cdot cos(\alpha)$$

Note que a g_n está na direção normal ao plano e terá sua relação com a normal do plano sobre o corpo, mas não terá influência no movimento do corpo, já que está na direção perpendicular ao movimento. Então, não iremos nos preocupar com a direção normal ao plano. Dessa forma, podemos analisar o movimento circular olhando de cima, onde o campo magnético está saindo do plano da página. Aplicando a regra da mão direita para determinar a força magnética, temos o seguinte diagrama de forças para os pontos de interesse.



Pela análise da dinâmica para o ponto D, temos:

$$T_D - F_{magD} = R_{cp}$$

$$T_D - qBv_D = \frac{mv_D^2}{r}$$

A velocidade no ponto D podemos encontrar por conservação de energia mecânica, pois o sistema é conservativo (não há forças dissipativas). Portanto, como não há variação da energia mecânica entre A e D, temos:

$$\Delta E_{mec} = 0$$

$$\Delta E_{pot} + \Delta E_c = 0$$

$$0 - mgrsen(\alpha) + \frac{1}{2}mv_D^2 - \frac{1}{2}mv^2 = 0$$

Lembrando que a diferença entre os níveis de A e de D para o cálculo da variação da energia potencial é de $rsen(\alpha)$. Então:

$$\frac{mv_D^2}{r} = 2mgsen(\alpha) + \frac{mv^2}{r}$$

Ou ainda:

$$v_D = \sqrt{2grsen(\alpha) + v^2}$$

Substituindo na equação de T_D, vem:

$$T_D - qB\sqrt{2grsen(\alpha) + v^2} = 2mgsen(\alpha) + \frac{mv^2}{r}$$

$$\boxed{T_D = 2mgsen(\alpha) + \frac{mv^2}{r} + qB\sqrt{2grsen(\alpha) + v^2}}$$

Fazendo o mesmo processo para T_E, temos:

$$T_E - F_{magE} - mgsen(\alpha) = \frac{mv_E^2}{r}$$

$$T_E - qBv_E - mgsen(\alpha) = \frac{mv_E^2}{r}$$

Pela análise da conservação da energia mecânica entre A e E, temos:

$$\Delta E_{mec} = 0$$

$$\Delta E_{pot} + \Delta E_c = 0$$

$$0 - mg \cdot 2rsen(\alpha) + \frac{1}{2}mv_E^2 - \frac{1}{2}mv^2 = 0$$

Então:

$$\frac{mv_E^2}{r} = 4mgsen(\alpha) + \frac{mv^2}{r}$$

Ou ainda:

$$v_E = \sqrt{4grsen(\alpha) + v^2}$$

Portanto:

$$T_E - qB\sqrt{4grsen(\alpha) + v^2} - mgsen(\alpha) = 4mgsen(\alpha) + \frac{mv^2}{r}$$

$$\boxed{T_E = 5mgsen(\alpha) + \frac{mv^2}{r} + qB\sqrt{4grsen(\alpha) + v^2}}$$

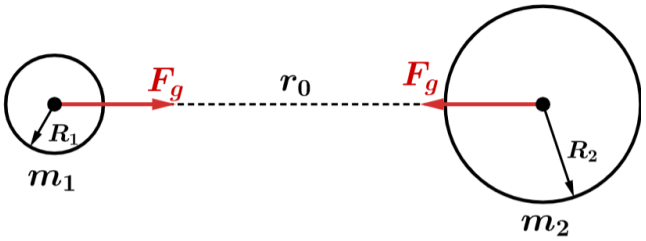
Gabarito: $\boldsymbol{T_D = 2mgsen(\alpha) + \frac{mv^2}{r} + qB\sqrt{2grsen(\alpha) + v^2}}$ **e** $\boldsymbol{T_E = 5mgsen(\alpha) + \frac{mv^2}{r} + qB\sqrt{4grsen(\alpha) + v^2}}$

Questão 3.

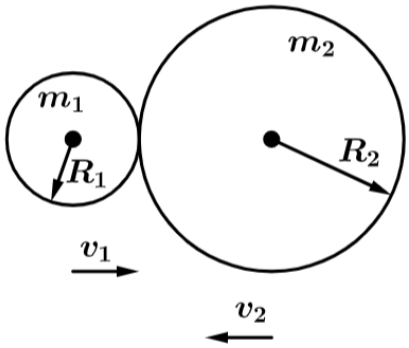
Considere dois corpos celestes esféricos e uniformes, de raios R_1 e R_2, massa m_1 e m_2, respectivamente, cujos centros encontram-se inicialmente em repouso, a uma distância r_0. Devido à interação gravitacional mútua, os corpos iniciam um movimento de aproximação, que dura até o choque entre eles. Determine as velocidades finais dos corpos na iminência da colisão em função de G, r_0, seus raios e suas massas.

Comentários:

Inicialmente, os corpos estão separados por uma distância r_0:



Quando os corpos estiverem quase se chocando eles estão praticamente se tangenciando. Portanto:



Como a única força de interação é a força gravitacional, então o sistema é livre de forças externas, ou seja, o sistema é isolado. Portanto, há conservação da quantidade de movimento sistema que é inicialmente nula.

Pela conservação de movimento, temos:

$$0 = m_1v_1 - m_2v_2$$

$$m_1v_1 = m_2v_2 \ (eq.1)$$

Como a força gravitacional é uma força conservativa e não há perdas, então podemos dizer que o sistema é conservativo. Pela conservação da energia mecânica entre o momento que os corpos são abandonados e o momento antes da colisão, temos:

$$-\frac{Gm_1m_2}{r_0} = -\frac{Gm_1m_2}{R_1+R_2} + \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 \ (eq.2)$$

Resolvendo o sistema formado por 1 e 2, temos as seguintes velocidades:

$$-\frac{Gm_1m_2}{r_0} = -\frac{Gm_1m_2}{R_1+R_2} + \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2\left(\frac{m_1}{m_2}v_1\right)^2$$

$$Gm_1m_2\left(\frac{1}{R_1+R_2} - \frac{1}{r_0}\right) = \frac{1}{2}v_1^2\left(m_1 + \frac{m_1^2}{m_2}\right)$$

$$Gm_1m_2\left(\frac{1}{R_1+R_2} - \frac{1}{r_0}\right) = \frac{1}{2}v_1^2m_1\left(\frac{m_1+m_2}{m_2}\right)$$

$$\boxed{v_1 = \sqrt{\frac{2Gm_2^2}{m_1+m_2}\left(\frac{1}{R_1+R_2} - \frac{1}{r_0}\right)}}$$

Substituindo em 1, temos:

$$m_1 \cdot \sqrt{\frac{2Gm_2^2}{m_1+m_2}\left(\frac{1}{R_1+R_2} - \frac{1}{r_0}\right)} = m_2v_2$$

$$\boxed{v_2 = \sqrt{\frac{2Gm_1^2}{m_1+m_2}\left(\frac{1}{R_1+R_2} - \frac{1}{r_0}\right)}}$$

Gabarito: $\boldsymbol{v_1 = \sqrt{\frac{2Gm_2^2}{m_1+m_2}\left(\frac{1}{R_1+R_2} - \frac{1}{r_0}\right)}}$ **e** $\boldsymbol{v_2 = \sqrt{\frac{2Gm_1^2}{m_1+m_2}\left(\frac{1}{R_1+R_2} - \frac{1}{r_0}\right)}}$

Questão 4.

Um maratonista de 80kg corre meia hora, em local protegido do Sol, mantendo uma velocidade constante de 20 km/h. P trabalho exigido pelo exercício, por unidade de massa e distância, é de $0{,}60\ kcal/(kg \cdot km)$. Desconsiderando o efeito de ganho ou perda de calor por radiação de corpo negro, faça o que se pede, levando em conta que 1,0 cal = 4,2 J.

(a) Calcule o trabalho total dissipado, em kJ, no exercício.

(b) Define-se a eficiência do exercício como a razão entre o trabalho realizado e o custo metabólico total do exercício, que é a energia total consumida pelo organismo. Considerando que a eficiência da corrida descrita é de 60%, calcule o volume de água que precisa ser evaporado para manter constante a temperatura do corpo do atleta.

Comentários:

(a)

$$W = 0{,}60 \cdot 80 \cdot 20 \cdot 0{,}5 = 480\ kcal = 2016\ kJ$$

(b)

$$\eta = \frac{W}{W+Q} = 0{,}6 \rightarrow Q = \frac{2}{3}W = 1344\ kJ$$

$$Q = mL$$

$$1344 = m \cdot 2400$$

$$m = 560\ g \rightarrow V = 560\ mL$$

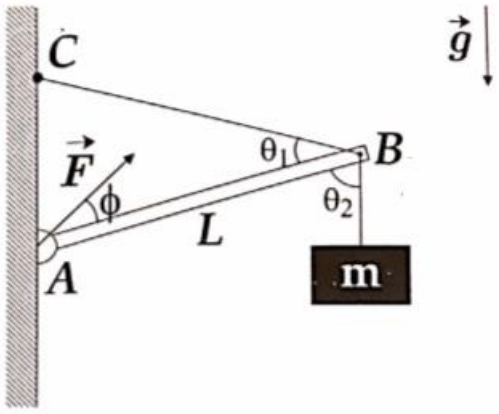
Gabarito: A. 2016 kJ B. 560 mL

Questão 5.

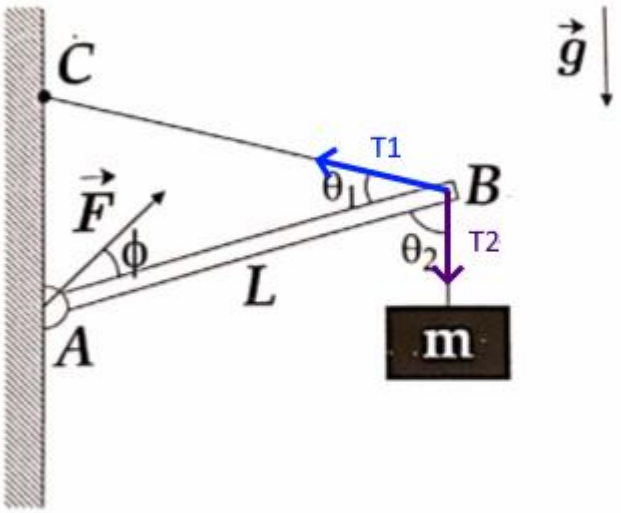
A figura mostra uma barra AB de comprimento L, articulada na extremidade A e presa a uma parede por um cabo BC. Na extremidade B da barra, suspende-se uma massa m por uma corda. O ângulo entre o fio BC e a barra é dado por θ_1, e o ângulo entre a barra e a corda que suspende a carga é dado por θ_2, como mostra a figura. A barra, o cabo e a corda têm massas desprezíveis. Determine, em termos das grandezas físicas envolvidas:

(a) o ângulo ϕ entre a barra AB e a força $\vec{F}$, exercida pela articulação sobre a barra;

(b) a intensidade da força $\vec{F}$



Comentários:



(a)

Utilizando o teorema das três forças na barra, como esta está em equilíbrio, as forças devem se interceptar no mesmo ponto. Como T1 e T2 se interceptam em B, F também deve passar por B, logo deve ser axial, e $\phi = \quad 0°$.

(b)

Pelo equilíbrio de forças na barra:

Na direção perpendicular:

$$T_1 \sin\theta_1 = T_2 \sin\theta_2 \rightarrow T_1 = T_2\left(\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}\right)$$

Na direção axial:

$$F = T_1 \cos\theta_1 + T_2 \cos\theta_2$$

$$F = T_2\left(\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}\right)\cos\theta_1 + T_2 \cos\theta_2$$

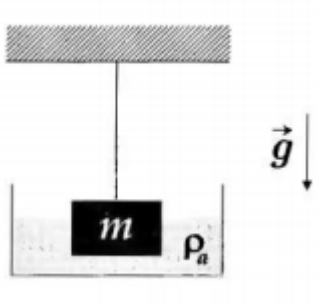
$$F = \frac{T_2}{\sin\theta_1}(\sin\theta_2 \cos\theta_1 + \cos\theta_2 \sin\theta_1)$$

$$F = \frac{mg\,\sin(\theta_1 + \theta_2)}{\sin\theta_1}$$

Gabarito: A. $\boldsymbol{\phi = 0°}$ B. $\boldsymbol{F = \frac{mg\,\sin(\theta_1+\theta_2)}{\sin\theta_1}}$

Questão 6.

Um fio tem uma das suas extremidades presa ao teto e suspende um bloco de densidade $\rho = 10\rho_A$, em que ρ_A representa a densidade da água. Na configuração descrita, v_0 é a velocidade de propagação de ondas mecânicas no fio. Em seguida, o bloco é mergulhado gradativamente em um recipiente contendo água, como mostra a figura, até ficar completamente submerso. Em nenhum momento o bloco toca as laterais e o fundo do recipiente. Denoto por f a fração do bloco submersa em água.



(a) Calcule a expressão da velocidade de propagação v das ondas mecânicas no fio em função de v_0 e f.

(b) Esboce um gráfico que descreva o comportamento de $\frac{v^2}{v_0^2}$ em função de f.

Comentários:

a)

A velocidade de propagação do pulso é dada por:

$$v_0 = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

No ínicio, temos:

$$T = mg$$

Portanto:

$$v_0 = \sqrt{\frac{mg}{\mu}}$$

$$mg = v_0^2.\mu$$

Quando temos o recipiente com água, temos:

$$T = mg - E$$

$$T = mg - \rho.g.V_{sub} = mg - \rho.g.\frac{f.m}{10\rho}$$

$$T = mg\left(1 - \frac{f}{10}\right) = v_0^2.\mu.\left(1 - \frac{f}{10}\right)$$

Desta maneira, a velocidade é:

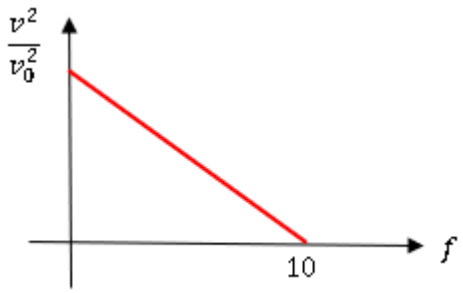
$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{v_0^2 . \mu . \left(1 - \frac{f}{10}\right)}{\mu}}$$

$$\boxed{v = v_0 \sqrt{1 - \frac{f}{10}}}$$

b)

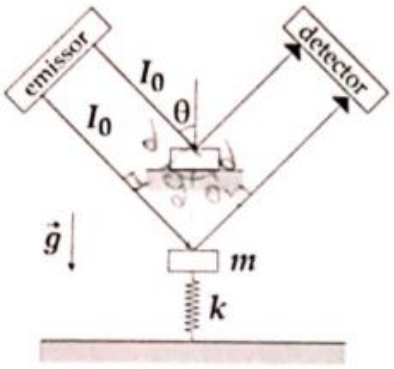
$$v^2 = v_0^2 \left(1 - \frac{f}{10}\right)$$

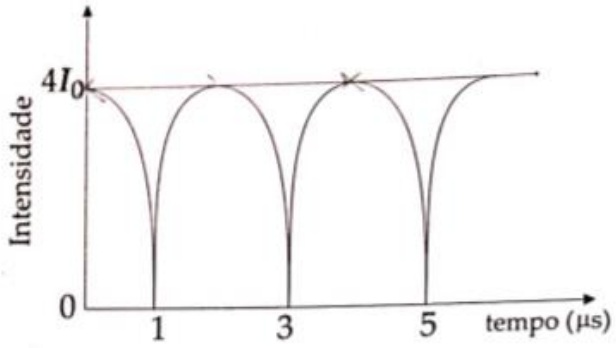
$$\frac{v^2}{v_0^2} = \left(1 - \frac{f}{10}\right)$$



Gabarito: A. $\boxed{v = v_0 \sqrt{1 - \frac{f}{10}}}$ **B. reta**

Questão 7. Dois feixes de comprimento de onda λ, paralelos e de intensidade I_0, incidem com inclinação de $\theta = 60°$ com a vertical sobre dois espelhos horizontais, conforme ilustra a figura. O espelho superior encontra-se fixo enquanto o inferior, de massa m, está ligado a uma mola de constante elástica k e realiza um movimento oscilatório de pequena amplitude. O espelho inferior é liberado para oscilar em $t = 0\ \mu s$, a partir do repouso e da posição na qual a mola está relaxada. Os feixes são refletidos pelos espelhos e analisados em um detector, que registra a intensidade da onda resultante da superposição dos feixes. Os resultados coletados são mostrados no gráfico a seguir. Com base nas informações fornecidas, determine o maior valor possível de λ.

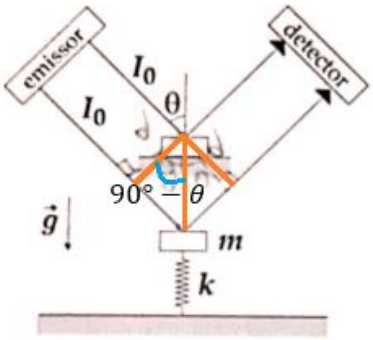




Comentários:

Uma das questões mais difíceis que já caíram na história da prova do ITA.

Incialmente note que, de y é a distância entre os espelhos e Δx a diferença de caminho óptico entre os raios:



$$\Delta x = 2y \sin(90 - 60°) = y$$

Devido ao fato de o movimento ser um MHS e o objeto estar incialmente no ponto de amplitude máxima:

$$y = y_e + A\cos(wt)$$

A diferença de fase vale $\Delta\phi = \frac{2\pi y}{\lambda}$

Além disso, seja E_0 a intensidade do campo elétrico de cada um dos feixes, o campo elétrico resultante vale:

$$E(t) = E_0 \sin(wt) + E_0 \sin(wt + \Delta\phi)$$

Utilizando prostaferese:

$$E(t) = 2E_0 \sin\left(wt + \frac{\Delta\phi}{2}\right)\cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)$$

A amplitude desse campo vale a parte não variante no tempo:

$$E = 2E_0 cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)$$

A intensidade é proporcional à amplitude ao quadrado:

$$I = 4E_0^2 \cos^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)$$

Substituindo:

$$I(t) = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda}(y_e + A\cos(wt))\right)$$

Agora o problema é puramente de Matemática, e um problema extremamente difícil.

Essa equação acima é a do gráfico. Devemos olhar para o gráfico e tirar o máximo de variáveis possíveis. Vamos substituir valores.

- No tempo t = 0s:

$$I(t) = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda}(y_e + A)\right) = 4I_0$$

$$\cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda}(y_e + A)\right) = 1$$

$$\frac{\pi}{\lambda}(y_e + A) = k\pi \qquad \text{(I)}$$

- No tempo $t = t_1 = 1\mu s$:

$$I(t) = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda}(y_e + A\cos(wt_1))\right) = 0$$

$$\cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda}(y_e + A\cos(wt_1))\right) = 0 \qquad \text{(II)}$$

Como é o primeira vez que o $\cos^2 x$ dá 0 depois que $x = k\pi$, necessariamente $x = k\pi - \frac{\pi}{2}$

$$\frac{\pi}{\lambda}(y_e + A\cos(wt_1)) = k\pi - \frac{\pi}{2}$$

- No tempo $t = 2t_1 = 2\mu s$:

$$I(t) = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda}(y_e + A\cos(2wt_1))\right) = 4I_0$$

$$\cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda}(y_e + A\cos(2wt_1))\right) = 1$$

Como é o primeira vez que o $\cos^2 x$ dá 1 depois que $x = k\pi - \frac{\pi}{2}$, necessariamente $x = k\pi - \pi$

$$\frac{\pi}{\lambda}(y_e + A\cos(2wt_1)) = k\pi - \pi \qquad \text{(III)}$$

Subtraindo (I) de (II):

$$\frac{A \cdot \pi}{\lambda}(1 - \cos wt_1) = \frac{\pi}{2}$$

$$1 - \cos wt_1 = \frac{\lambda}{2A}$$

Fazendo $\frac{\lambda}{A} = y$ e $\cos wt_1 = x$:

$$1 - x = \frac{y}{2} \rightarrow y = 2 - 2x$$

Subtraindo (I) de (III):

$$\frac{A \cdot \pi}{\lambda}(1 - \cos 2wt_1) = \pi$$

$$1 - \cos 2wt_1 = \frac{\lambda}{A}$$

$$1 - (2\ \cos^2 wt_1 - 1) = \frac{\lambda}{A}$$

$$1 - (2x^2 - 1) = y$$

$$2 - 2x^2 = y$$

Consequentemente:

$$2 - 2x = 2 - 2x^2$$

$$x^2 = x$$

$$x = 0 \ \text{ ou } \ \mathrm{x} = 1$$

- Para x=1

$$y = 2 - 2x = 0 \rightarrow \lambda = 0 \ldots \text{ ABSURDO}$$

- Para x=0

$$y = 2 - 2x = 2 \rightarrow \lambda = 2A$$

Além disso:

$$\cos wt_1 = 0 \rightarrow wt_1 = \frac{(2k+1)\pi}{2}$$

$$w = \frac{(2k+1)\pi}{2t_1}$$

Lembrando que, em um movimento massa mola:

$$w = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Lembrando que, na condição de equilíbrio:

$$F_{elástica} = Peso$$

$$kA = mg$$

$$A = \frac{mg}{k} = \frac{g}{w^2}$$

Finalmente:

$$\lambda = 2A = \frac{2g}{w^2} = \frac{8gt_1^2}{(2k+1)^2\pi^2}$$

O valor máximo de λ ocorre quando k=0:

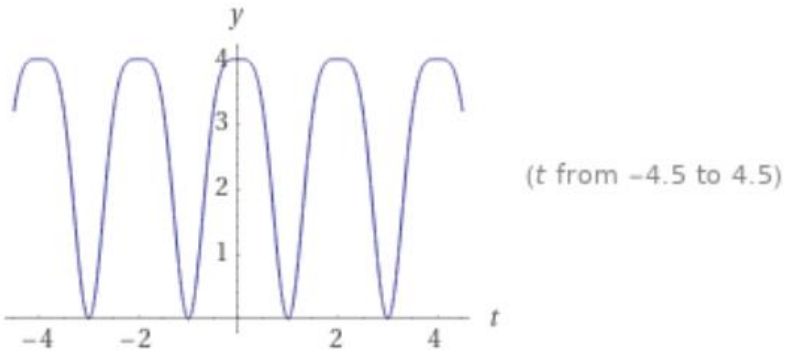
$$\lambda_{máx} = \frac{8gt_1^2}{\pi^2} = 8\ pm$$

Uma prova de que esse valor é solução é fazer um gráfico com ele.

Vamos fazer $m = 4 \cdot 10^{-5} kg, k = 10^8 N/m \rightarrow A = \frac{mg}{k} = 4\ pm \rightarrow \lambda = 8\ pm$, $y_e = 99A$, $w = \sqrt{\frac{k}{m}} \sim \frac{10^6\pi}{2}\ rad/s$

$$I(t) = 4I_0(\frac{\pi}{2}\left(99 + \cos\left(\frac{10^6\pi}{2}t\right)\right)$$

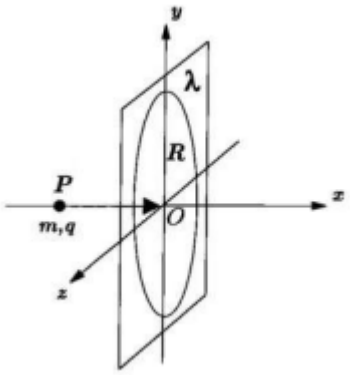
Veja que o gráfico é idêntico ao da alternativa:



Gabarito: $8\ pm$

Questão 8.

Um anel circular de raio R e densidade linear de carga elétrica λ está localizado no plano yz com o seu centro na origem do sistema de coordenadas O, como mostra a figura. Uma partícula de massa m e carga q é projetada a partir da figura do ponto $P(-\sqrt{3}R, 0,0)$ em direção ao ponto O, com velocidade inicial v. Qual o menor valor de v para que a partícula não retorne ao ponto P?



Comentários:

Para que ela não retorne para o ponto P, deve chegar ao centro do anel com velocidade nula. Conservando a energia do sistema, temos:

$$q.V_0 + \frac{mv^2}{2} = q.V_f$$

Os potencial gerado pelo anel é dado por:

$$V = \frac{k.\lambda.2\pi R}{\sqrt{x^2 + R^2}}$$

Desta maneira, temos:

$$V_0 = \frac{k.\lambda.2\pi R}{\sqrt{(\sqrt{3}R)^2 + R^2}} = k.\lambda.\pi$$

$$V_f = \frac{k.\lambda.2\pi R}{\sqrt{(0)^2 + R^2}} = 2.k.\lambda.\pi$$

Desta maneira, temos:

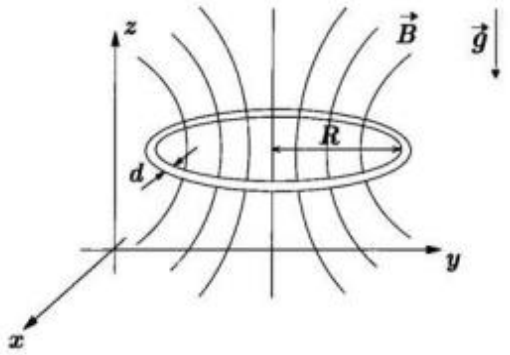
$$q.k.\lambda.\pi + \frac{mv^2}{2} = q.2.k.\lambda.\pi$$

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{2.q.k.\lambda.\pi}{m}}}$$

Gabarito: $\boxed{\boldsymbol{v = \sqrt{\frac{2.q.k.\lambda.\pi}{m}}}}$

Questão 9.

Uma espira circular condutora de raio R, feita de um fio fino de resistividade elétrica ρ e massa específica ρ_m, cuja seção transversal tem diâmetro d, está caindo, com velocidade v variável, sob a ação da gravidade, em uma região de campo magnético não uniforme. A componente vertical do campo magnético obedece a relação $B_Z = B_0(1 + k.z)$, em que B_0 e k são constante físicas de unidades adequadas e z é coordenada vertical. A espira mantém-se sempre paralela ao plano xy, como mostra a figura. Desprezando os efeitos da resistência do ar no movimento de queda da espira, faça o que se pede nos itens a seguir.



a) Calcule a potência elétrica instantânea dissipada na espira.

b) Calcule a velocidade terminal de queda v_t da espira.

Comentários:

a) A potência pode ser calculada da seguinte maneira:

$$P = \frac{\varepsilon^2}{R}$$

$$\begin{cases} \varepsilon = -\dfrac{d\Phi}{dt} = -\pi R^2 . \dfrac{d}{dt}(B_0 + B_0 . K . z) = -\pi R^2 B_0 k . v_z \\ R = \dfrac{\rho . (2\pi R)}{\frac{\pi d^2}{4}} \end{cases}$$

Desta maneira, temos:

$$\boxed{P = \frac{\pi^{2R^2} {B_0}^2 R^3 D^2}{8\rho} v_z^2}$$

b) Na situação estacionário, a potência do peso é igual a potência dissipada.

$$mg . v_z = \frac{\pi^2 k^2 {B_0}^2 R^3 D^2}{8\rho} v_z^2$$

Mas, temos:

$$mg = 2\pi R . \frac{\pi d^2}{4} . \rho_m$$

Assim, substituindo e isolando a velocidade:

$$\boxed{v_z = \frac{4\rho\rho_m g}{k^2 {B_0}^2 R^2}}$$

Gabarito: A. $\boxed{\boldsymbol{P = \frac{\pi^2 R^2 {B_0}^2 R^3 D^2}{8\rho} v_z^2}}$ **B.** $\boxed{\boldsymbol{v_z = \frac{4\rho\rho_m g}{k^2 {B_0}^2 R^2}}}$

Questão 10.

Elétrons ultraenergéticos podem ser utilizados no estudo da estrutura subatômica da matéria desde que seus comprimentos de onda associados sejam compatíveis com as dimensões de um núcleo atômico. Levando em conta que o raio de um núcleo pesado pode ser aproximado por $R = R_0 \sqrt[3]{A}$, em que R_0 é uma distância característica e A o número de massa do núcleo, faça o que se pede nos itens a seguir.

(a) Estime a quantidade de movimento P de um elétron que possa ser usado para estudar a estrutura de um núcleo de urânio ${}^{235}_{92}U$. Deixe sua resposta em termos de R_0 e de constante físicas fundamentais.

(b) Considerando efeitos relativísticos, calcule a energia cinética dos elétrons descritos no item anterior. Deixe sua resposta em termos de R_0, da massa de repouso do elétron m_0 e de constantes físicas fundamentais.

Comentários:

a) Podemos aproximar o raio do átomo para o comprimento de onda de De-Broglie:

$$\lambda = R = \frac{h}{p} = R_0 . \sqrt[3]{235}$$

$$\boxed{p = \frac{h}{R_0 . \sqrt[3]{235}}}$$

b) Da dinâmica relativística, temos que a energia total pode ser escrita de duas formas:

$$E^2 = (p.c)^2 + (m_0 . c^2)^2$$

$$E = K + m_0 . c^2$$

Desta maneira, temos:

$$K = \sqrt{(p.c)^2 + (m_0 . c^2)^2} - m_0 . c^2$$

Substituindo o momento, temos:

$$\boxed{K = \sqrt{\left(\frac{h.c}{R_0 . \sqrt[3]{235}}\right)^2 + (m_0 . c^2)^2} - m_0 . c^2}$$

Gabarito: A. $\boxed{p = \frac{h}{R_0 . \sqrt[3]{235}}}$ **B.** $\boxed{K = \sqrt{\left(\frac{h.c}{R_0 . \sqrt[3]{235}}\right)^2 + (m_0 . c^2)^2} - m_0 . c^2}$